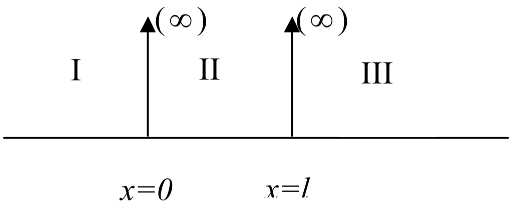
**Guía Nº 2 de Problemas de Física III 2006**

1)-Considere una partícula de masa *m* sujeta a un resorte, resuelva la ecuación de Schrödinger independiente del tiempo, para el oscilador armónico cuantico unidimensional y bidimensional Encuentre las funciones de onda y las energías para los diferentes niveles.

2)-Consideremos una partícula de masa *m* en una caja de potencial unidimensional de logintud *l*. Resuelva la ecuación de Schrödinger independiente del tiempo. Encuentre las funciones de onda, las energías para los diferentes niveles y Encuentre el valor esperado de la posición de la partícula.




$$V(x)\begin{cases}\infty & \text{si } x \leq 0\\ 0 & \text{si } 0 < x < L\\ \infty & \text{si } x \geq L\end{cases}$$

Resuelva la ecuación de Schrödinger independiente del tiempo para la versión tridimensional de la partícula en una caja de potencial.

3-Un electrón se encuentra confinado en una caja de potencial infinito, cuyo L = 2A. Calcular:

(a) La más pequeña energía posible E 1 que puede tener, en eV.

(b) La diferencia $\Delta$ E de energía entre $E_1$ y la siguiente energía $E_2$.

(c) La longitud de onda de un fotón con energía $\Delta$ E.

(d) Si en el pozo, en vez del electrón hubiese un grano de arena, cuya masa es $10^{-7}$ Kg, siendo el ancho del pozo 1 mm ¿cuáles serán los nuevos valores de $E_1$ y de $\Delta$ E?

4.- Una partícula en un pozo cuadrado infinito tiene una función de onda dada por

$$\psi_2(x) = \sqrt{\frac{2}{L}}\ \text{sen}\left(\frac{2\pi x}{L}\right)$$

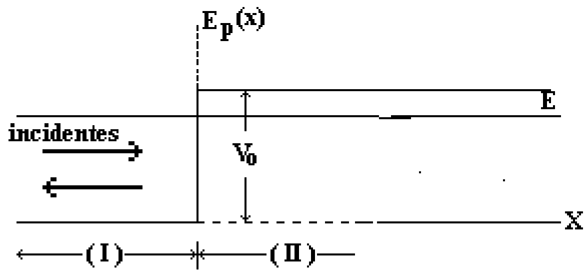
para $0 \leq x \leq L$ y cero para cualquier otro caso . Determine

(a) El valor de espectación de x

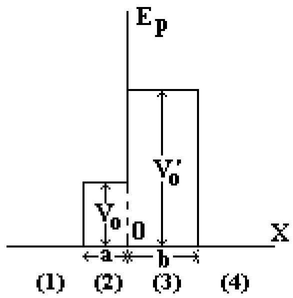
(b) La probabilidad de encontrar la partícula cerca de L / 2, calculando la probabilidad de que la partícula se encuentre en el intervalo $0{,}49\,L \leq x \leq 0{,}51\,L$

(c) L a probabilidad de encontrar la partícula cerca de L / 4. ¿De los valores obtenidos, que puede concluir?

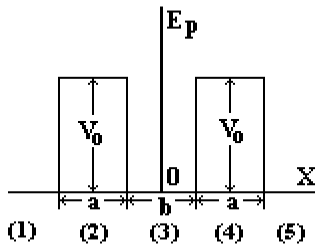
5.-Una partícula se mueve desde los valores negativos del eje *x*, hacia un escalón de potencial, el cual está dado por los siguientes valores: V ( x ) = 0 si x < 0 y V (x ) = $V_0$ si 0 < x. Para el caso en el cual E < $V_0$, determine las funciones de onda. Esta cuantizada la energia?




5.- Considerando las funciones de potencial mostradas en la figura, escriba las funciones de onda en cada una de las regiones del eje X, suponiendo que la partícula incide desde el lado positivo del eje X , para el caso en que $V_0 < E < V_o'$.




6- Dada la función potencial mostrada en la figura y suponiendo que la partícula procede desde el lado negativo del eje X, escriba la función de onda en cada una de las regiones para el caso en que $E > V_0$

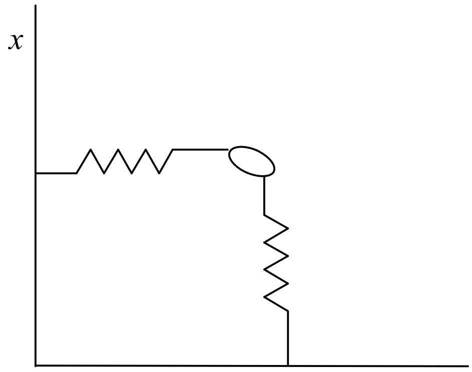



8)-Demostrar que los niveles de energía y las funciones de onda de una partícula que se mueve en el plano x-y dentro de una caja de potencial bidimensional de lado *a* y *b* son:

$$E = \left(\frac{\pi^2\hbar^2}{2m}\right)\left(\frac{n_1^{\,2}}{a^2}+\frac{n_2^{\,2}}{b^2}\right) \text{ y } \psi = Csen\left(\frac{n_1\pi x}{a}\right)sen\left(\frac{n_2\pi x}{b}\right)$$

Discutir los niveles de energía cuando *a=b*. Encontrar la constante de normalización *C*.

9)- Considere el sistema de la figura y realice un análisis del oscilados armónico bidimensional. Encuentre cuanto vale la energía para *k* iguales y distintas. Analice las degeneraciones en el primer caso.



10)- En la siguiente tabla se presenta las funciones de onda $\psi_{(r,\theta,\phi)}$ del átomo de hidrogeno, sabiendo que $\psi_{(r,\theta,\phi)} = R_{(r)} Y_{(\theta,\phi)}$ en donde $R$ representa la parte radial e $Y$ la parte angular. Realice un análisis cuidadoso y a conciencia de estas funciones y grafique con ayuda de la computadora.

| $n$ | $l$ | $R_{nl}(r)\ (\rho = 2Zr/na_0)$ |
|---|---|---|
| 1 | 0 | $R_{10}(r) = 2\left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} e^{-\rho/2}$ |
| 2 | 0 | $R_{20}(r) = \frac{1}{2\sqrt{2}}\left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} (2-\rho)e^{-\rho/2}$ |
| | 1 | $R_{21}(r) = \frac{1}{2\sqrt{6}}\left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} \rho e^{-\rho/2}$ |
| 3 | 0 | $R_{30}(r) = \frac{1}{9\sqrt{3}}\left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} (6-6\rho+\rho^2)e^{-\rho/2}$ |
| | 1 | $R_{31}(r) = \frac{1}{9\sqrt{6}}\left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} \rho(4-\rho)e^{-\rho/2}$ |
| | 2 | $R_{32}(r) = \frac{1}{9\sqrt{30}}\left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} \rho^2 e^{-\rho/2}$ |

| $l$ | $m_l$ | $Y_{lm_l}(\theta,\phi)$ para $L^2$ y $L_z$ | $Y_{lm_l}(\theta,\phi)$ para $\lvert m_l \rvert$, $L^2$ y $Lz^2$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | $Y_{00} = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}$ | $s = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}$ |
| 1 | 0 | $Y_{10} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos\theta$ | $p_z = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos\theta$ |
| | $\pm 1$ | $Y_{1\pm1} = \pm\sqrt{\frac{3}{8\pi}} sen(\theta).e^{\pm i\phi}$ | $p_x = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} sen\ \theta \cos\phi$<br>$p_y = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} sen\ \theta \cos\phi$ |
| 2 | 0 | $Y_{20} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{4\pi}}(3\cos^2(\theta)-1)$ | $d_{3z^2-r^2} = \sqrt{\frac{5}{16\pi}}(3\cos^2(\theta)-1)$ |
| | $\pm 1$ | $Y_{2\pm1} = \pm\sqrt{\frac{15}{8\pi}} sen(\theta).\cos(\theta)e^{\pm i\phi}$ | $d_{xz} = \sqrt{\frac{15}{4\pi}} sen\ \theta \cos\theta \cos\phi$<br>$d_{yz} = \sqrt{\frac{15}{4\pi}} sen\ \theta \cos\theta \cos\phi$ |
| | $\pm 2$ | $Y_{2\pm2} = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{15}{2\pi}} sen^2(\theta) e^{\pm i2\phi}$ | $d_{x^2-y^2} = \sqrt{\frac{15}{4\pi}} sen^2\theta \cos 2\phi$<br>$d_{xy} = \sqrt{\frac{15}{4\pi}} sen^2\theta \cos 2\phi$ |